

Zadatak 7.

Dužina trofaznog voda je $l = 360 \text{ km}$. Vod je opterećen na kraju aktivnom snagom 125 MW pri faktoru snage $\cos\varphi = 1$ i složenom naponu 220 kV . Parametri voda su:

$$\begin{aligned}R_1 &= 0.084 \text{ } \Omega/\text{km} \\L_1 &= 0.00134 \text{ H/km} \\C_1 &= 0.0086 \text{ } \mu\text{F/km}\end{aligned}$$

- Odrediti linijski napon, struju i snagu na početku voda.
- Odrediti parametre egzaktnog i približnog ekvivalentnog Π kola.

Rješenje:

- Prenosne jednačine voda uz poznate uslove na kraju voda su:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \underline{ch}\underline{\gamma}l + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \underline{sh}\underline{\gamma}l \\ \underline{I}_1 &= \underline{Y}_c \underline{U}_2 \underline{sh}\underline{\gamma}l + \underline{I}_2 \underline{ch}\underline{\gamma}l\end{aligned}$$

Za određivanje koeficijenta prostiranja $\underline{\gamma}$ i karakteristične impedanse voda \underline{Z}_c neophodno je odrediti rednu impedansu voda po jedinici dužine:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 0.084 + j0.421 = 0.429[78.72^\circ \text{ } \Omega/\text{km}$$

i poprečnu admitansu voda po jedinici dužine:

$$\underline{Y}_1 = G_1 + j\omega C_1 = j2.71 \cdot 10^{-6} = 2.7 \cdot 10^{-6}[90^\circ \text{ S/km}$$

Tada se koeficijent prostiranja i karakteristična impedansa voda određuju kao:

$$\begin{aligned}\underline{\gamma} &= \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Y}_1} = 1.08 \cdot 10^{-3}[84.36^\circ \\ \underline{Z}_c &= \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Y}_1}} = 398[-5.64^\circ \text{ } \Omega\end{aligned}$$

Fazne vrijednosti napona i struje koje definišu uslove na kraju voda su:

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 &= \frac{220}{\sqrt{3}}[0^\circ = 127[0^\circ \text{ kV} \\ \underline{I}_2 &= \left(\frac{\underline{S}_2}{\sqrt{3}\underline{U}_2}\right)^* = \frac{P_2}{\sqrt{3}\underline{U}_2} = 0.328[0^\circ \text{ kA}\end{aligned}$$

Zamjenom brojnih vrijednosti u prenosne jednačine voda se određuju fazne vrijednosti napona i struje i na početku voda:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= (127.173 + j50.377) = 136.79[21.61^\circ \text{ kV} \\ \underline{I}_1 &= (0.303 + j0.126) = 0.328[22.48^\circ \text{ kA}\end{aligned}$$

Linijska vrijednost napona je tada:

$$\underline{U}_{1l} = \sqrt{3}\underline{U}_1 = 236.9|21.61^\circ \text{ kV}$$

a fazni pomjeraj struje u odnosu na napon na početku voda je:

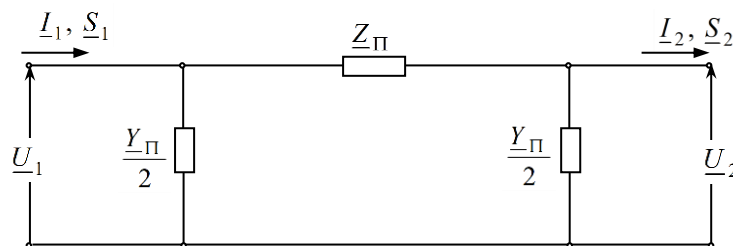
$$\varphi_1 = 21.61 - 22.48 = -0.87^\circ$$

Tada su aktivna i reaktivna snaga na početku voda:

$$P_1 = \sqrt{3}U_{1l}I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 236.9 \cdot 0.328 \cdot \cos(0.87^\circ) = 133.8 \text{ MW}$$

$$Q_1 = \sqrt{3}U_{1l}I_1 \sin \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 236.9 \cdot 0.328 \cdot \sin(0.87^\circ) = -2 \text{ MVar}$$

b) Zamjenska Π – šema dalekovoda je:



Parametri egzaktne Π – šeme se određuju primjenom relacija:

$$\underline{Z}_\Pi = \underline{Z}_c \text{sh}\underline{\gamma}l = 29.2 + j148 = 151|78.92^\circ \Omega$$

$$\frac{\underline{Y}_\Pi}{2} = \underline{Y}_c \text{th} \frac{\underline{\gamma}l}{2} = 0.000505|89.87^\circ \text{ S}$$

Ako se, polazeći od uslova da je za sve realne vodove ispunjeno $\underline{\gamma} \ll 1$, hiperboličke funkcije koje figurišu u prethodnim izrazima aproksimiraju prvim članom razvoja u Tejlorov red:

$$\begin{aligned} \text{sh}\underline{\gamma}l &\approx \underline{\gamma}l \\ \text{ch}\underline{\gamma}l &\approx 1 \end{aligned}$$

parametri zamjenske šeme se određuju kao:

$$\underline{Z}_\Pi = \underline{Z}_1 \cdot l = 155|78.75^\circ \Omega$$

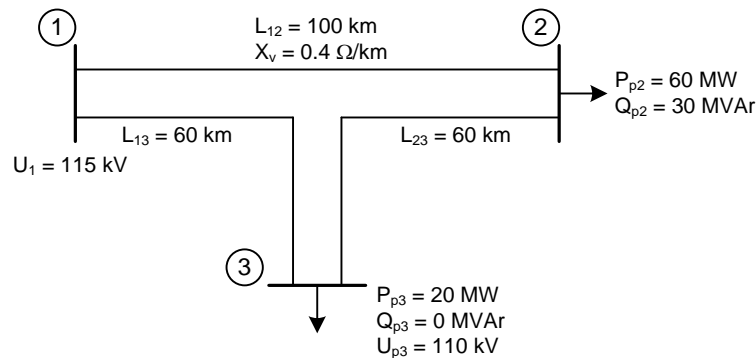
$$\frac{\underline{Y}_\Pi}{2} = \frac{\underline{Y}_1}{2} \cdot l = 0.000488|90^\circ \text{ S}$$

Kao što se uočava, odstupanje parametara približne od parametara egzaktne Π – šeme je zanemarljivo.

Za vodove dužine ispod 500 km greška iznosi oko 0.2% ako se iz razvoja u redove usvoje samo prva tri člana, a ona nije veća od 0,5% ako se usvoje samo prva dva člana. Pritom greška naglo opada sa opadanjem dužine voda. Stoga je za praktične svrhe, u izrazima za napon i struju dovoljno koristiti samo prva dva člana. Ako dužina voda nije veća od 150 km, može se zanemariti i drugi član, a da tačnost rezultata bude potpuno zadovoljavajuća.

Zadatak 8.

U dijelu EES-a predstavljenom na slici, potrošač u čvoru 2. ima konstantnu snagu, a potrošač u čvoru 3 ima konstantnu impedansu. Uz pretpostavku da je napon na sabirnicama 1 konstantan, odrediti napon na sabirnicama 2. Zanimariti poprečnu komponentu pada napona.



Rješenje:

U skladu sa postavkom, potrošača u čvoru 3 treba predstaviti modelom konstantne impedanse:

$$\underline{Z}_{p3} = \frac{U_{p3}^2}{\underline{S}_{p3}^*} = \frac{U_{p3}^2}{P_{p3}} = 605 \Omega$$

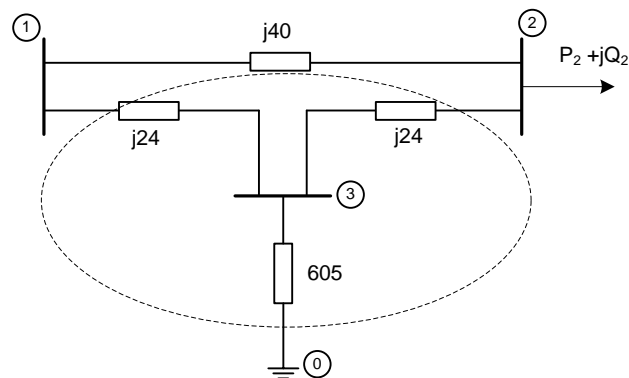
Vodovi se ekvivalentiraju „I” šemom sa zanemarenom aktivnom otpornošću:

$$\underline{Z}_{12} = jX_{12} = j0.4 \cdot 100 = j40 \Omega$$

$$\underline{Z}_{13} = jX_{13} = j0.4 \cdot 60 = j24 \Omega$$

$$\underline{Z}_{23} = jX_{23} = j0.4 \cdot 60 = j24 \Omega$$

Zamjenska šema za posmatrani dio elektroenergetskog sistema je:



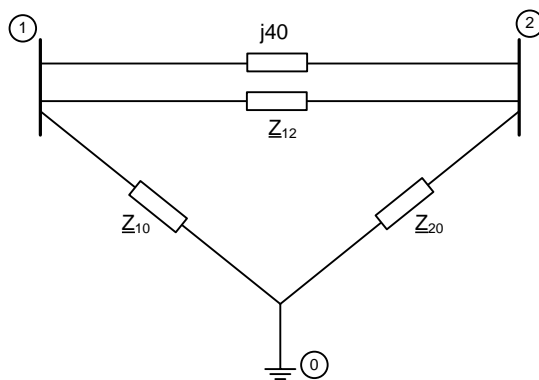
Kako bi se odredio napon na sabirnicama 2, potrebno je pojednostaviti gornju šemu, a prvi korak je transfiguracija označene zvijezde u trougao. Parametri trougla su:

$$\underline{Z}_{10} = j24 + 605 + \frac{j24 \cdot 605}{j24} = (1210 + j24) \Omega$$

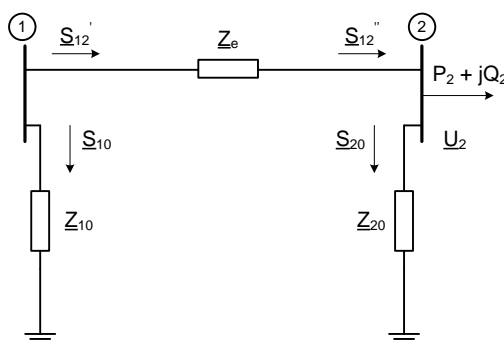
$$\underline{Z}_{20} = j24 + 605 + \frac{j24 \cdot 605}{j24} = (1210 + j24) \Omega$$

$$\underline{Z}_{12} = j24 + j24 + \frac{j24 \cdot j24}{605} = (-0.952 + j48) \Omega$$

Zamjenska šema sistema je sada:



Paralelnim vezivanjem impedansi $j40$ i Z_{12} dobija se impedansa $Z_e = (-0.197 + j21.82) \Omega$, dok je zamjenska šema sada oblika:



U zadatku se traži napon na sabirnicama 2. Lako je uočiti sa prethodne slike da treba koristiti izraz za određivanje napona kratkog voda („I” šeme) sa poznatim uslovima na jednom od krajeva. Međutim, u ovom slučaju, poznati su djelimično uslovi na oba kraja (napon na početku i snaga na kraju), pa je potrebno postaviti jednačinu po nepoznatom naponu U_2 .

Za formiranje jednačine pada napona između čvorova 1 i 2, neophodno je odrediti kompleksnu snagu S_{12}'' koja teče kroz impedansu Z_e :

$$\underline{S}_{20} = \frac{U_2^2}{Z_{20}^*} = \frac{U_2^2}{R_{20} - jX_{20}} \frac{R_{20} + jX_{20}}{R_{20} + jX_{20}} = \frac{R_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 + j \frac{X_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2$$

$$\underline{S}_{12}'' = \underline{S}_{p2} + \underline{S}_{20} = \left(P_{p2} + \frac{R_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 \right) + j \left(Q_{p2} + \frac{X_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 \right) = P_{12}'' + jQ_{12}''$$

Tada je jednačina pada napona između čvorova 1 i 2 uz djelimično poznate uslove na početku i kraju voda:

$$\underline{U}_1 = U_2 + \frac{P_{12}'' R_e + Q_{12}'' X_e}{U_2} + j \frac{P_{12}'' X_e - Q_{12}'' R_e}{U_2}$$

Kako je u zadatku rečeno da se zanemaruje poprečna komponenta pada napona, to su naponi U_1 i U_2 u fazi tako da je jednačina pada napona oblika:

$$U_1 = U_2 + \frac{P_{12}'' R_e + Q_{12}'' X_e}{U_2}$$

Zamjenom izraza za snagu \underline{S}_{12}'' u prethodnu relaciju slijedi:

$$U_1 = U_2 + \frac{\left(P_{p2} + \frac{R_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2\right) R_e + \left(Q_{p2} + \frac{X_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2\right) X_e}{U_2}$$

Zamjenom svih poznatih brojnih vrijednosti u prethodni izraz dobija se kvadratna jednačina:

$$1.0002U_2^2 - 115U_2 + 642.778 = 0$$

čija su rješenja:

$$U_{21} = 109 \text{ kV}$$

$$U_{22} = 5.9 \text{ kV}$$

Od dva dobijena rješenja samo jedno je prihvatljivo, a to je prvo, pa je $U_2 = 109 \text{ kV}$.

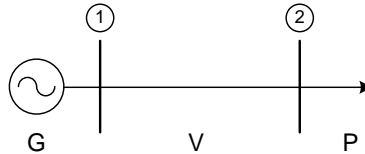
Zadatak 9.

Posmatra se trofazni sistem koga čine generator, vod i potrošač. Kompleksna snaga potrošača je $\underline{S}_P = (40 + j30) \text{ MVA}$, a napon na sabirnicama 2 je 110 kV . Parametri približne Π šeme voda su :

$$\underline{Z} = (18 + j28) \Omega$$

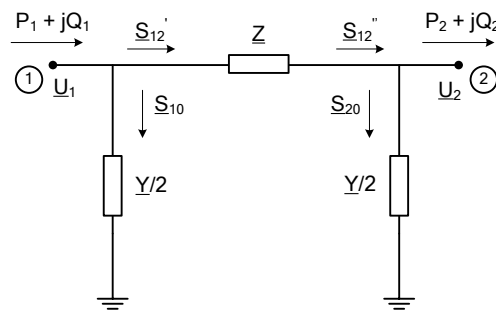
$$\frac{\underline{Y}}{2} = \frac{jB}{2} = j3.8 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

Odrediti tokove aktivnih i reaktivnih snaga u elementima sistema, kao i naponske prilike na početku voda.



Rješenje:

Ako se potrošač modeluje konstantom snagom, a vod Π šemom, zamjenska šema sistema je:



Generator nije potrebno ekvivalentirati jer se zadatkom traži samo napon i snaga na početku voda.

Za formiranje jednačine pada napona između čvorova 1 i 2, prethodno je neophodno odrediti kompleksnu snagu \underline{S}_{12}'' :

$$\underline{S}_{20} = \frac{\underline{Y}^*}{2} U_2^2 = -j \frac{B}{2} U_2^2 = -j3.8 \cdot 10^{-4} \cdot 110^2 = -j4.6 \text{ MVA}$$

$$\underline{S}_{12}'' = \underline{S}_2 + \underline{S}_{20} = P_{12}'' + jQ_{12}'' = (40 + j25.4) \text{ MVA}$$

Uz poznate uslove na kraju dalekovoda, napon na početku dalekovoda se određuje kao:

$$\underline{U}_1 = U_2 + \frac{P_{12}'' R + Q_{12}'' X}{U_2} + j \frac{P_{12}'' X - Q_{12}'' R}{U_2} =$$

$$= 110 + \frac{40 \cdot 18 + 25.4 \cdot 28}{110} + j \frac{40 \cdot 28 - 25.4 \cdot 18}{110} = 123.2 \angle 2.8^\circ \text{ kV}$$

Gubitak snage na rednoj impedansi dalekovoda je:

$$\Delta \underline{S}_Z = \underline{Z} \frac{P_{12}''^2 + Q_{12}''^2}{U_2^2} = (18 + j28) \frac{40^2 + 25.4^2}{110^2} = (3.34 + j5.2) \text{ MVA}$$

pa je snaga prije impedanse:

$$\underline{S}'_{12} = \underline{S}''_{12} + \Delta\underline{S}_z = (43.34 + j30.6) \text{ MVA}$$

Za određivanje snage na početku dalekovoda neophodno je odrediti snagu \underline{S}_{10} :

$$\underline{S}_{10} = \frac{Y^*}{2} U_1^2 = -j \frac{B}{2} U_1^2 = -j 3.8 \cdot 10^{-4} \cdot 123.2^2 = -j 5.77 \text{ MVA}$$

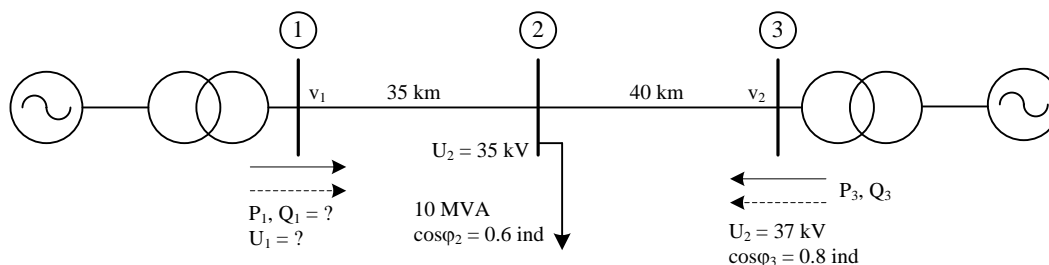
Snaga na početku dalekovoda je tada:

$$\underline{S}_1 = \underline{S}'_{12} + \underline{S}_{10} = (43.34 + j 24.83) \text{ MVA}$$

Zadatak 10.

Potrošač P napaja se preko dva 35 kV voda. Na sabirnicama 3 se napon održava na 37 kV, a faktor snage na 0.8 induktivno. Na potrošačkim sabirnicama vlada napon $U_2 = 35$ kV, a opterećenje potrošača je 10 MVA pri faktoru snage 0.6 induktivno. Odrediti napon, aktivnu i reaktivnu snagu na sabirnicama 1.

Vrijednosti parametara vodova su: $R_1 = 0.2 \Omega/km$ i $X_1 = 0.4 \Omega/km$.



Rješenje:

Potrošač se ekvivalentira konstantnom snagom, a vodovi „I“ šemom čiji su parametri:

$$\begin{aligned} R_{V1} &= R_1 l_{V1} = 7 \Omega \\ R_{V2} &= R_1 l_{V2} = 8 \Omega \\ X_{V1} &= X_1 l_{V1} = 14 \Omega \\ X_{V2} &= X_1 l_{V2} = 16 \Omega \end{aligned}$$

Kako bi se odredio napon na početku voda V1, potrebno je prethodno proračunati snagu na kraju tog voda (napon je poznat na tom mjestu) čime bi se stekli uslovi za primjenu izraza za napon na početku kratkog voda sa poznatim uslovima na kraju. U tu svrhu prvo je potrebno proračunati snagu \underline{S}_3 jer bi onda proračunom tokova snaga u sistemu došli do svih potrebnih podataka za određivanje svih nepoznatih veličina traženih ovim zadatkom.

Izraz za pad napona na vodu V2, za poznate uslove na početku voda je:

$$\underline{U}_2 = U_3 - \frac{P_3 R_{V2} + Q_3 X_{V2}}{U_3} - j \frac{P_3 X_{V2} - Q_3 R_{V2}}{U_3}$$

U prethodnoj relaciji, nepoznate su snage P_3 i Q_3 , kao i fazni stav napona u čvoru 2. Korišćenjem faktora snage na sabirnicama 3, reaktivna snaga Q_3 se može izraziti kao:

$$Q_3 = P_3 \operatorname{tg} \varphi_3 = 0.75 P_3$$

čime se u prethodnoj jednačini eliminiše jedna nepoznata. Zavisnost jednačine pada napona od faznog stava je moguće eliminisati određivanjem modula napona u čvoru 2 kao:

$$U_2^2 = \left(U_3 - \frac{P_3 R_{V2} + Q_3 X_{V2}}{U_3} \right)^2 + \left(\frac{P_3 X_{V2} - Q_3 R_{V2}}{U_3} \right)^2$$

Zamjenom izraza za reaktivnu snagu i sređivanjem po P_3 , prethodna jednačina postaje:

$$(R_{V2}^2 + X_{V2}^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3) P_3^2 - 2 U_3^2 (R_{V2} + X_{V2} \operatorname{tg} \varphi_3) P_3 + U_3^4 - U_2^2 U_3^2 = 0$$

odnosno, nakon zamjene brojnih vrijednosti:

$$500P_3^2 - 54760P_3 + 197136 = 0$$

Rješenja ove kvadratne jednačine su:

$$P_{31} = 105.8 \text{ MW}$$

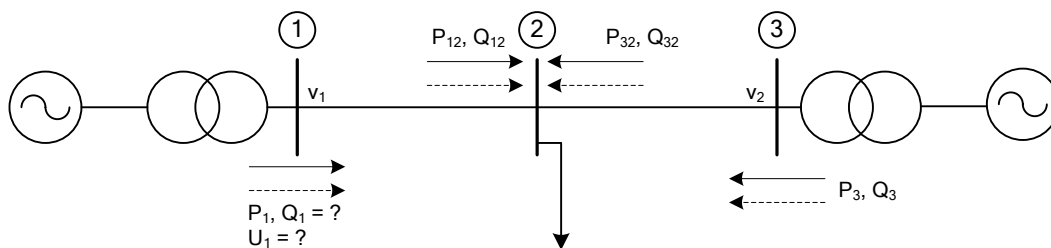
$$P_{32} = 3.7 \text{ MW}$$

od kojih je samo drugo logično i ekonomično za napajanje potrošača od 10 MVA, pa je:

$$P_3 = 3.7 \text{ MW}$$

$$Q_3 = P_3 \tan \varphi_3 = 0.75P_3 = 2.8 \text{ MVAr}$$

Smjerovi tokova snaga u sistemu su:



U skladu sa oznakama na prethodnoj slici, za određivanje kompleksne snaga \underline{S}_{32} neophodno je odrediti gubitke na vodu V2:

$$\Delta \underline{S}_{V2} = (R_{V2} + jX_{V2}) \frac{P_3^2 + Q_3^2}{U_3^2} = (0.14 + j0.28) \text{ MVA}$$

Tada je kompleksna snaga \underline{S}_{32} :

$$\underline{S}_{32} = \underline{S}_3 - \Delta \underline{S}_{V2} = (3.59 + j2.52) \text{ MVA}$$

Imajući u vidu da je snaga potrošača:

$$\underline{S}_P = S_P (\cos \varphi_P + j \sin \varphi_P) = (6 + j8) \text{ MVA}$$

snaga koja dolazi sa strane čvora 1 je:

$$\underline{S}_{12} = \underline{S}_P - \underline{S}_{32} = (2.41 + j5.48) \text{ MVA}$$

Kako su poznati uslovi na kraju voda V1, napon na sabirnicama 1 se određuje kao:

$$\underline{U}_1 = U_2 + \frac{P_{12}R_{V1} + Q_{12}X_{V1}}{U_2} + j \frac{P_{12}X_{V1} - Q_{12}R_{V1}}{U_2} = 37.67 \angle -0.2^\circ \text{ kV}$$

Gubici na vodu V1 su:

$$\Delta \underline{S}_{V1} = \underline{Z}_{V1} \frac{P_{12}^2 + Q_{12}^2}{U_2^2} = (0.2 + j0.41) MVA$$

pa je kompleksna snaga u čvoru 1:

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_{12} + \Delta \underline{S}_{V1} = (2.61 + j5.89) MVA$$

Na kraju, ostalo je da se proračunaju fazni stavovi napona u čvorovima. Ako se uzme napon čvora 3 po faznoj osi onda je fazni stav napona u čvoru 2:

$$\theta_2 = \arctg \frac{-\frac{P_3 X_{V2} - Q_3 R_{V2}}{U_3}}{U_3 - \frac{P_3 R_{V2} + Q_3 X_{V2}}{U_3}} = -1.65^\circ$$

pa je fazni stav napona u čvoru 1:

$$\theta_1 = -0.2 + (-1.65) = -1.86$$